

# Méthode de paramétrage du modèle Moore-Greitzer à partir d'un cycle de pompage fourni

L. ZHANG<sup>a</sup>, J. SCOTT<sup>b</sup>, G. NGO BOUM<sup>c</sup>

a. Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique  
lu-annabelle.zhang@ec-lyon.fr

b. Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique  
julian.scott@ec-lyon.fr

c. Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique  
ghislaine.ngo-boum@ec-lyon.fr

## Résumé :

*Une nouvelle méthode de paramétrage du modèle Moore-Greitzer pour les systèmes de compression axial est présentée ici, afin de créer un modèle 1D adapté à un système expérimental existant et de comparer les cycles de pompage avec les résultats obtenus par une simulation numérique 1D/3D couplé. Le paramètre de décalage temporel et la caractéristique du compresseur dans ce nouveau modèle sont déterminés par une étude d'un cycle de pompage donné par la simulation 1D/3D. Un volume en amont du compresseur est aussi implanté dans le modèle afin de s'adapter à l'installation expérimentale. Les résultats sont en accord avec la simulation 1D/3D pour le point de fonctionnement utilisé pour le paramétrage. Nous avons également utilisé le modèle pour faire une étude paramétrique d'autres points de fonctionnement, ce qui est faisable vu le faible coût de calcul comparé à la simulation 1D/3D. Le coût des simulations 3D et des expériences étant très important, le but est de paramétrer le modèle 1D par un point de fonctionnement, puis de l'utiliser pour en étudier d'autres.*

## Abstract :

*A new parameterization method for the Moore-Greitzer model of axial compression system is presented here in order to build a 1D numerical model adapted to an existing experimental system and to compare the surge cycles with results from a 1D/3D coupled numerical simulation. The time-lag parameter and the compressor characteristic in this new model are both determined by a study of one surge circle given by the 1D/3D simulation. An upstream plenum is also implanted in this model to correspond with the experimental setup. The results from this model tally with the 1D/3D simulation at the operating point used for parameterization. We have also used this model to study other operating points, which is feasible thanks to the low cost compared to the 1D/3D simulation. Considering the costliness of the 3D simulation and the experiments, the goal is to parameterize the 1D model with one operating point, then analyze the others.*

**Mots clefs : Paramétrage, Modèle Moore-Greitzer, Cycle Pompage**

## Nomenclature

$u_0(\theta, t)$	vitesse axiale à travers le compresseur
$\Phi$	vitesse axiale moyennée (le débit)
$\Phi_E$	lois des vannes A et B, le débit à travers la vanne en fonction de la pression dans le plénum
$\Psi_1, \Psi_2$	pressions dans le volume A et le volume B
$\Psi_c(\Phi)$	caractéristique du compresseur, l'augmentation de la pression contribué par le compresseur (pression statique en aval $P_s$ – pression total en amont $P_t$ du compresseur)
$1/a$	paramètre de décalage temporel
$l_c$	longueur équivalente du trajet d'une particule qui traverse le système, $l_c = l_i + l_o + \frac{1}{a}$
$B_1, B_2$	paramètres B des 2 volumes ( $B \equiv \frac{U}{a_s} \sqrt{\frac{V_p}{A_c L_c}}$ , U vitesse axiale moyennée ; $a_s$ la vitesse du son; $V_p$ volume du plénum; $A_c$ l'aire de la section de la conduite)

## 1 Introduction

Le modèle Moore-Greitzer est beaucoup utilisé dans l'enseignement et la recherche pour la compréhension des comportements des systèmes de compression aux différents points de fonctionnement. Ce modèle (schématisé dans le cadre de la figure 1) comporte un compresseur relié au plénum aval qui est fermé par une vanne. Le paramètre B, qui est lié directement à la taille du plénum, est notamment un indicateur important et fréquemment cité pour expliquer les différents types d'instabilité du système de compression. Des expériences ont montré que le modèle donne une bonne description qualitative. Néanmoins la caractéristique  $\Psi_c(\Phi)$  qui décrit le fonctionnement du compresseur et le paramètre de décalage temporel  $1/a$  sont des données du modèle représentant le compresseur comme une boîte noire. Le but de cet article est de montrer comment ces grandeurs peuvent être déterminées à partir d'une simulation numérique 1D/3D du système de compression.

Une étude numérique d'instabilité sur le banc d'essais CREATE axée sur le phénomène de pompage a été réalisée au laboratoire de mécanique des fluides et d'acoustique (LMFA). Il s'agit d'un système de compression avec un compresseur haute vitesse de 3 étages. Pour prendre en compte l'ensemble du système, une approche couplant une modélisation 1D et une modélisation 3D est utilisée : le troisième étage du compresseur est traité par un calcul Navier Stokes 3D instationnaire tandis que le reste du système est calculé en 1D. La rapidité du calcul de la partie 1D permet d'avoir plus rapidement les cycles de pompage du système. Cependant, le temps total de calcul reste important. Deux cycles de pompage du système ont été calculés dans cette étude.

La comparaison des résultats de la simulation 1D/3D du pompage avec ceux venant du modèle Moore et Greitzer montre une bonne correspondance qualitative. Ceci nous a encouragé à viser une correspondance quantitative en déterminant les grandeurs  $\Psi_c(\Phi)$  et  $1/a$  à partir d'un seul point de fonctionnement. L'espoir est d'obtenir un modèle dont le coût de calcul est très inférieur à celui de la simulation 3D du compresseur permettant ainsi des études paramétriques exhaustives beaucoup plus longues à réaliser par la simulation 1D/3D.

## 2 Modélisation Moore-Greitzer

Il faut d'abord modifier la structure classique du modèle Moore-Greitzer pour l'adapter à la simulation 1D/3D: il s'agit ici d'ajouter un plénum et une vanne de régulation en amont du système. Les résultats du modèle Moore-Greitzer sont sensibles aux paramètres choisis. Les paramètres qui représentent les dimensions physiques du système ont été fixés en respectant le banc d'essais de la même manière que le modèle 1D/3D. Le paramètre de décalage temporel du passage des aubages  $1/a$  et la caractéristique du compresseur  $\Psi_c(\Phi)$  exigent des données détaillées de l'écoulement au sein du compresseur. Ces deux paramètres sont déterminés par une étude inverse d'un cycle de pompage donné par la simulation 1D/3D.

### 2.1 Nouvelle structure du modèle

Contrairement à la structure du modèle Moore-Greitzer classique, le banc d'essais comporte un plénum de grand volume en amont du système comme présenté dans la figure 1. Ceci nécessite d'avoir deux paramètres-B et deux lois de vanne dans le système.

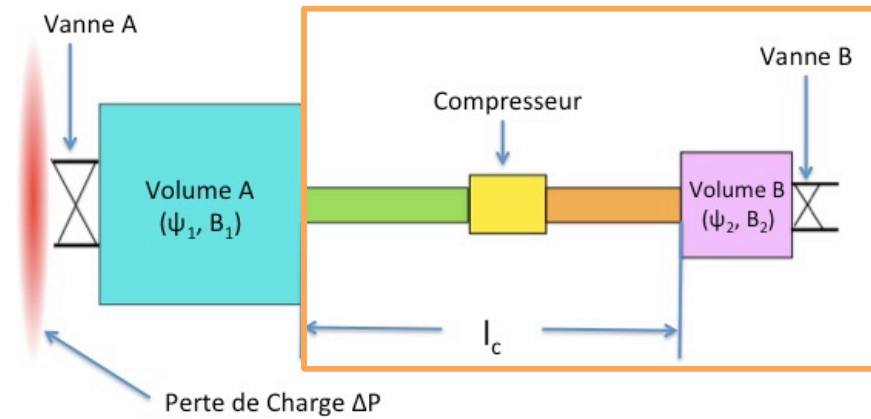


Figure 1 Schéma du système de compression

Voici le nouveau modèle :

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{1}{4B_1^2 l_c} (\Phi_{EA}(\Psi_1) - \Phi) \quad (1)$$

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{1}{4B_2^2 l_c} (\Phi - \Phi_{EB}(\Psi_2)) \quad (2)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{l_c} (\Psi_1 + \Psi_c^{(0)} - \Psi_2) \quad (3)$$

$$\frac{du^{(n)}}{dt} = |n|(1 + \frac{|n|}{a})^{-1} [\Psi_c^{(n)} - \frac{in}{2a} u^{(n)}] \quad (4)$$

$$u_0(\theta, t) = \Phi + \sum u^{(n)} e^{in\theta} \quad (5)$$

$$\sum \Psi_c^{(n)} e^{in\theta} = \Psi_c(u_0) \quad (6)$$

Toutes les données sont adimensionnées. Les coordonnées spatiales sont adimensionnées par  $R$  (rayon moyen du compresseur) ; les vitesses par  $U$  (la vitesse circonférentielle à mi-aube du compresseur) ; les pressions par  $\rho U^2$  avec  $\rho$  la masse volumique de l'air ; et le temps par  $R/U$ .

(1), (2) et (3) forment la partie axisymétrique du système. (1) et (2) décrivent les variations de pression dans les plenums. La dérivée temporelle de pression dans les plenums dépend donc de la différence de quantités d'air à l'entrée et à la sortie du plenum. (3) reflète la variation du débit dans le système. La dérivée du débit est proportionnelle à la différence de pression ( $\Psi_1 - \Psi_2$ ) et  $\Psi_c^{(0)}$ , dans laquelle, ( $\Psi_1 - \Psi_2$ ) représente la différence de pression entre plenum A et plenum B et  $\Psi_c^{(0)}$  est l'augmentation de pression contribué par le compresseur (moyennée le long de la circonférence du compresseur).

(4), (5) et (6) sont les équations non-axisymétriques. (4) exprime la variation des vitesses axiales non-axisymétriques.

Dans le cas du pompage, l'écoulement peut être considéré axisymétrique. Il n'y a que (1), (2) et (3) qui contrôlent la période et la profondeur du cycle.

## 2.2 Paramétrage du nouveau modèle

Les paramètres suivants sont déterminés à partir de la géométrie du banc:

$l_i$	1.80462405	$B_1$	1.41671154
$l_o$	1.06742785	$B_2$	5.3338895

Les lois de vanne  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  ont été obtenues à partir de la figure 2 et de la figure 3 ci-dessous qui sont les résultats extraits du modèle 1D/3D :

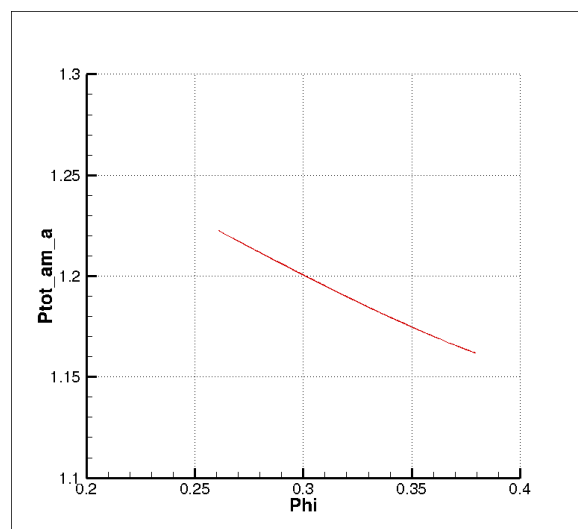


Figure 2 Loi de vanne en amont (Pression dans volume A par rapport au débit)

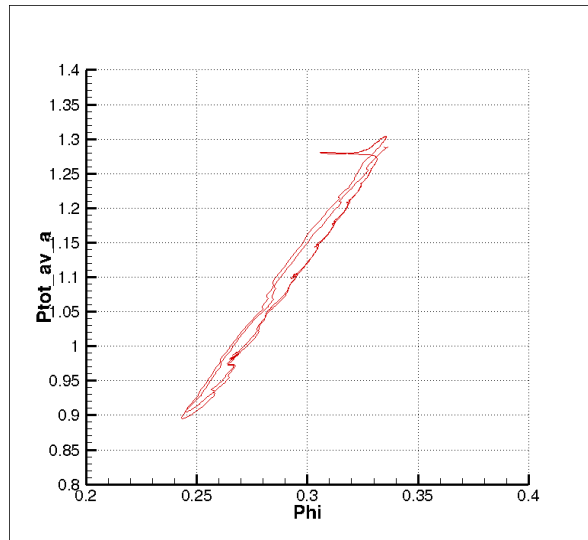


Figure 3 Loi de vanne en aval (Pression dans volume B par rapport au débit)

Les positions des vannes en amont et en aval sont fixes. La variation du débit  $\Phi$  est due au pompage. Nous avons fait un fitting linéaire des résultats des figures 2 et 3, ce qui donne les lois de vanne du modèle.

Dans le modèle Moore et Greitzer, on suppose que  $\Psi_c(\Phi)$  (pression statique en aval – pression total en amont) est une propriété du compresseur et qu'elle reste invariante pour une machine donnée. Pour tracer cette ligne du banc CREATE, on a utilisé un cycle de pompage fourni par le calcul 1D/3D (voir ci-dessous) :

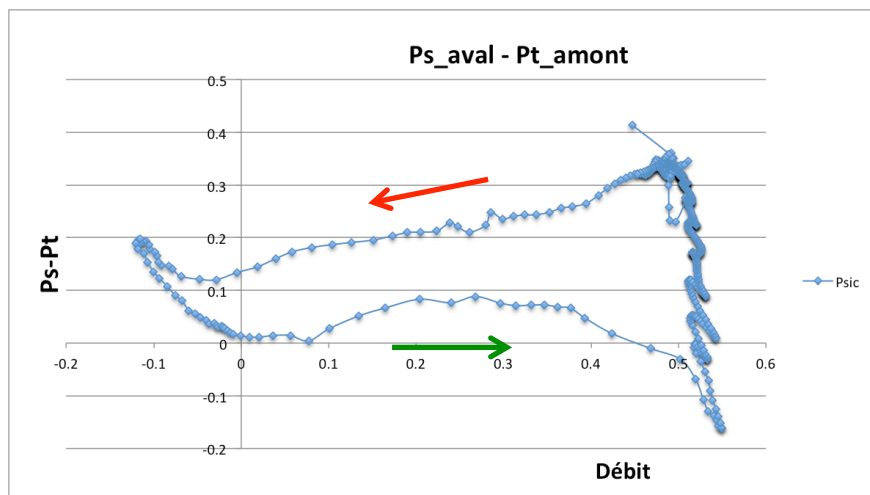


Figure 4 Augmentation de la pression à travers le compresseur en fonction du débit au cours du cycle de pompage

Dans le modèle,  $\Psi_c(\Phi)$  représente uniquement l'augmentation de la pression en mode stationnaire. Moore et Greizer ont proposé la formule suivante :

$$P_{s-aval} - P_{t-amont} = \Psi_c(\Phi) - \frac{1}{a} * \frac{d\Phi}{dt}$$

Il est évident que, en mode stationnaire,  $P_{s-aval} - P_{t-amont} = \Psi_c(\Phi)$ . Pour la partie instationnaire, on peut choisir la valeur  $1/a$  qui nous permet de déterminer une courbe  $\Psi_c(\Phi)$ . Comme on peut voir sur la figure 5, les points seront confondus. Malheureusement, il est impossible de faire une courbe lisse avec tous les points donnés. Voici le fitting de  $\Psi_c(\Phi)$  que l'on a utilisé, avec  $1/a=1.8$ .

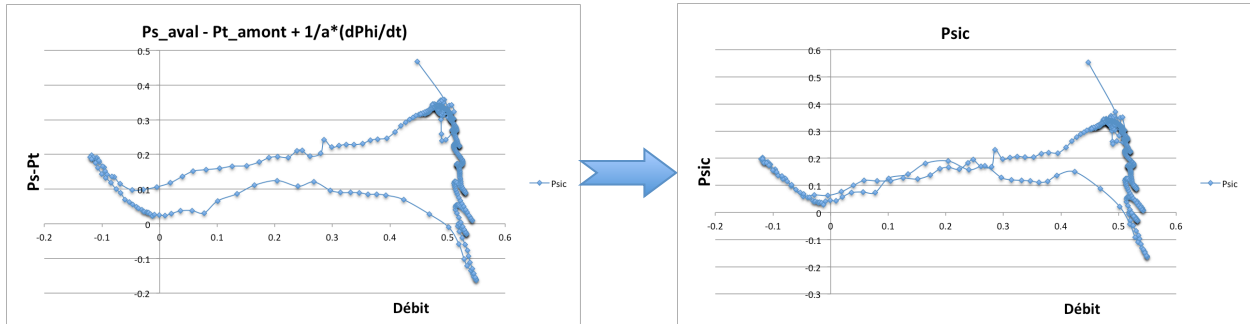


Figure 5 Détermination de la valeur  $1/a$

Pour simplifier le problème, on a choisi une série d'échantillon :

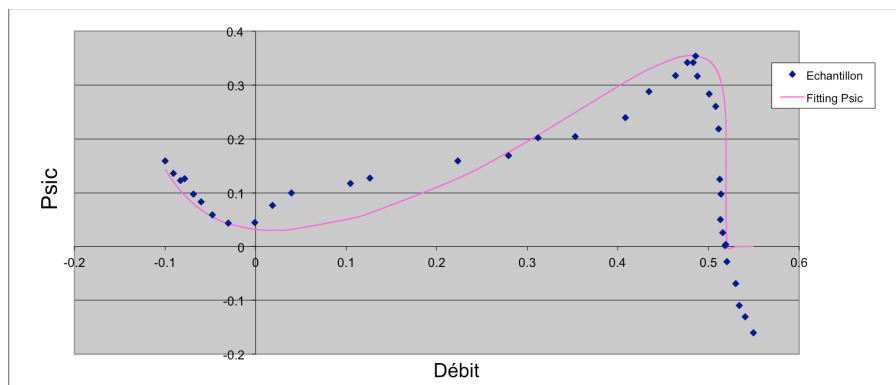


Figure 6 Le fitting de  $\Psi_c(\Phi)$  avec  $1/a=1.8$

La partie gauche de la ligne caractéristique est très difficile à déterminer autant expérimentalement que par calculs numériques. Il nous faut donc faire une hypothèse raisonnable pour tracer  $\Psi_c(\Phi)$ . Moore et Greitzer ont proposé une hypothèse de ligne cubique. Pour mieux se rapprocher de la réalité et en même temps conserver la tendance de la courbe prédite par Moore et Greitzer, on a utilisé la ligne suivante :

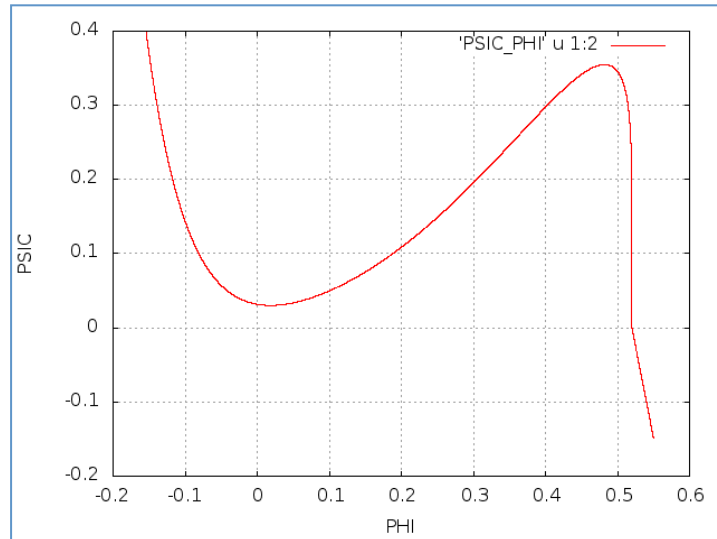


Figure 7 Résultat du fitting pour la ligne caractéristique  
Cette courbe se décompose en deux parties. A droite de  $\text{PHI}=0.52$ , c'est une ligne droite :

$$\text{PSIC} = -4.9525 * (\text{PHI} - 0.52)$$

A gauche de  $\text{PHI}=0.52$ , elle a la forme comme ci-dessous :

$$\text{PSIC} = (0.52 - \text{PHI})^{0.15} * (2.4 * \text{PHI}^2 + 0.0175) * (\exp(-10 * \text{PHI}) + 1)$$

### 3 Résultats du calcul du modèle modifié et comparaison avec le modèle 1D/3D

Si on trace la différence de pression entre Volume B et Volume A en fonction du débit, avec la ligne caractéristique  $\Psi_c(\Phi)$ . On voit qu'à droite (haut débit),  $P_{s-aval} - P_{t-amont}$  suit la ligne caractéristique.

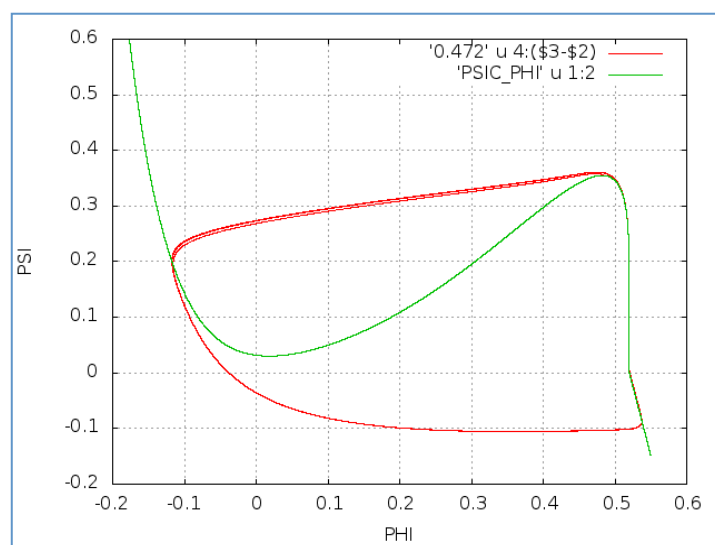


Figure 8 Différence de pression entre deux volumes par rapport au débit (rouge), ligne caractéristique  $\Psi_c(\Phi)$  (vert)

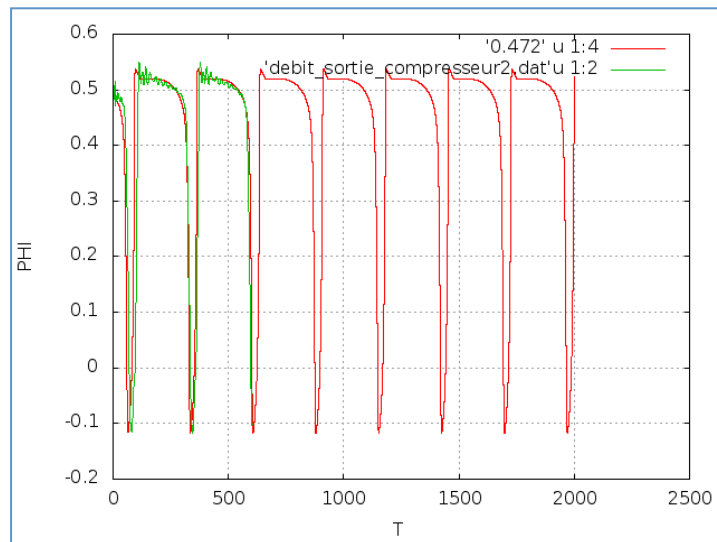


Figure 9 Variation du débit par rapport au temps (Pompage)

La figure 9 présente la variation du débit en fonction du temps. En vert, le calcul original 1D/3D et en rouge le calcul de Modèle Moore et Greizer. Le débit maximum est  $\text{PHI}=0.537$  ; le débit minimum est  $\text{PHI}=-0.117$ . La période du pompage est de  $T=250$  environ (équivalent à 40 tours de la machine).

On voit que les résultats s'accordent aussi bien en période qu'en profondeur et en forme de courbe mais le modèle ne donne pas les petites oscillations hautes fréquences qui sont prédites par la simulation 1D/3D. Ces perturbations du débit sont probablement liées aux ondes acoustiques créées par la phase rapide d'augmentation du débit. Malheureusement, avec le modèle proposé ici, on est incapable de présenter les ondes acoustiques puisque l'on considère que l'écoulement est incompressible.

Le modèle est également valable pour d'autres positions de vanne. Si on contrôle le débit proche du seuil de pompage, on peut avoir un pompage à partir duquel le débit oscille au dessus de 0 (figure 10). Autrement, si on ouvre la vanne en grand, le débit va se stabiliser rapidement (figure 11). La modification de l'ouverture de la vanne se fait en modifiant le coefficient de vanne.

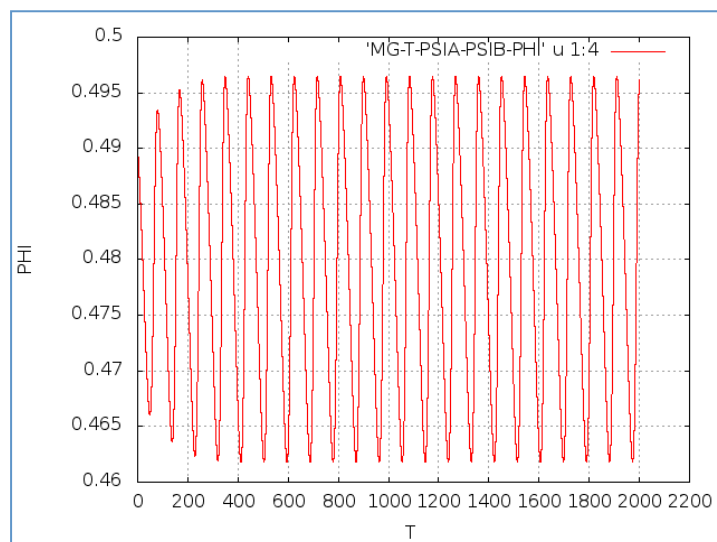


Figure 10 Pompage proche du seuil d'instabilité



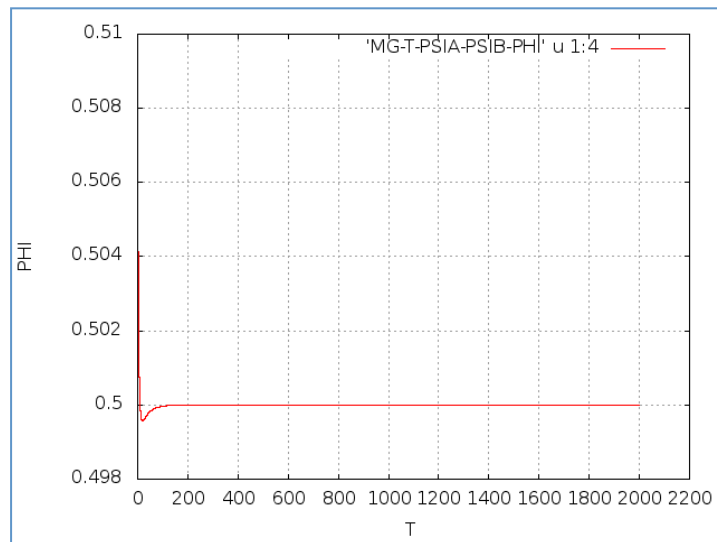


Figure 11 Grands débits - système stable

## Conclusion

Après le paramétrage, le nouveau modèle est capable de représenter quantitativement les résultats d'un point de fonctionnement de la simulation 1D/3D. Grâce à son efficacité, on peut étudier plus de points de fonctionnement du système de compression. Il nous reste à les comparer avec plus de résultats numériques et expérimentaux.

Le modèle Moore et Greitzer peut être modifié pour l'adapter à d'autres systèmes de compression axial. En utilisant la méthode de paramétrage présentée dans cet article, il suffit de récupérer des données d'un cycle de pompage fourni par des calculs numériques ou par des essais expérimentaux pour déterminer  $\Psi_c(\Phi)$  et  $1/a$ . On a donc un outil puissant pour étudier les seuils d'instabilité et les comportements instables d'un système de compression avec un faible coût de calcul. Les résultats du modèle peuvent également donner des indications pour d'autres types de calcul plus précis ou pour des expériences.

Suivant les types de système, différentes méthodes de fitting de la loi de vanne et de la caractéristique du compresseur peuvent être utilisés. L'objectif est de trouver une fonction ou une suite de données qui décrit correctement la physique du système.

## Références

- [1] Moore, F. K., and Greitzer, E. M., A Theory of Post-Stall Transients in Axial Compressor Systems: Part I – Development of Equations, ASME Paper No. 85-GT-171, 1985.
- [2] Moore, F. K., and Greitzer, E. M., A Theory of Post-Stall Transients in Axial Compressor Systems: Part II – Application, ASME Paper No. 85-GT-172, 1985.
- [3] F. de Crecy, G. DESPRES, G. NGO BOUM, F. LEBOEUF, Study of the Aerodynamic Instabilities in an Axial Flow Compressor Using 3D-1D Codes Coupling Approach, 10th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics, Lappeenranta, Finland.